

**О ПРИМЕНЕНИИ РЕШЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ЗАДАЧИ
Н.Е. ЖУКОВСКОГО К ИССЛЕДОВАНИЮ КАЧЕСТВА ЗАКРЕПЛЕНИЯ
МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНОГО АНКЕРА**

У роботі розглянуто схему навантаження розтягуючими зусиллями системи: штанга анкера - фіксує суміш - гірська порода. Для встановлення закону розподілу зусиль на контактах вищезгаданої системи було використано розв'язок узагальненої задачі М.Є. Жуковського. Отримані результати демонструють відповідність уявленням про механізм навантаження замкової частини метало полімерного анкера. Представлено графічні залежності та зроблено висновки стосовно розподілу основних параметрів на контактах тіло штанги анкера – фіксує суміш та фіксує суміш – гірська порода.

**ON QUALITY METAL POLYMER FIXED ANKER JOINT RESEARCH AS
N.E. ZHUKOVSKY GENERALIZED TASK**

Present paper presents the tensile load scheme for system anchor rebar - fixed resin – rock. To obtain contact bit force distribution above-mentioned system N.E. Zhukovskiy generalized task solving is used. Obtained results are demonstrated correspondence to viewpoints of metal resin anchor lock load mechanism. Graphics and conclusion are presented. It demonstrates main contact parameter distributions for rebar bolt – resin – rock system.

Введение. Решение задачи о распределении усилий вдоль анкера, закрепленного непосредственно в горную породу, продемонстрировало возможность их определения на контакте штанга анкера - горная порода [1]. Как показал анализ результатов решения задачи, наиболее нагруженными оказались несколько витков у свободной поверхности, в окрестности которой прикладывалась растягивающая нагрузка. Отсутствие в рассмотренной схеме нагружения слоя фиксирующего состава не позволило в полной мере применить полученные результаты для объяснения распределения усилий на контакте с горной породой и металлополимерного анкера. Однако результаты оказались полезными для анализа распределения усилий для винтовых анкеров. Выяснилось, что отказ от их применения в практике крепления горных выработок вызван неравномерностью распределения нагрузки между витками винтового анкера. Поскольку растягивающие усилия являются доминирующим видом нагружения во время эксплуатации анкерной крепи, представляет несомненный интерес изучение работы системы «анкер – фиксирующий состав – горная порода» в условиях растягивающих усилий.

При бурении шпуров под анкера в условиях слабых пород, как правило, используется перьевая конструкция буровой коронки. Как показывает практика, наличие одновременно и относительно постоянных усилий подачи и скорости его вращения приводят к появлению на поверхности шпура углублений, имеющих вид внутренней резьбы. После постановки анкера фиксирующий его полимерный состав приобретает ответную форму (см. рис 1). В [1] для выяснения распределения растягивающих усилий в теле анкера, нагруженного осевой растягивающей силой, была использована классическая

задача Н.Е. Жуковского о распределении усилий в винтовой паре горная порода – винт [3]. Использование операционного исчисления для решения указанной задачи оказалось эффективным, так как дает возможность получать решения в виде непрерывной функции от номеров витков.



Рис. 1 – Слпок рельефа поверхности шпура на слое фиксирующего состава

Постановка задачи. Для осуществления передачи усилий от винта к относительно малопрочной стенке на практике используют промежуточную втулку. Поскольку интересующая нас схема «анкер – фиксирующий состав – горная порода» легко может быть представлена указанной схемой, то для решения задачи о распределении усилий на контактных поверхностях системы «анкер – фиксирующий состав – горная порода» решено использовать обобщенную задачи Н.Е. Жуковского (рис. 2). Фиксирующий состав образует внешнюю нарезку (резьбу), которая образовалась при отверждении фиксирующего состава с поверхностью горной породы в шпуре. Наличие выступов в виде винтовой поверхности, как доказано в работе [2], обеспечивает не менее $\frac{3}{4}$ несущей способности соединения.

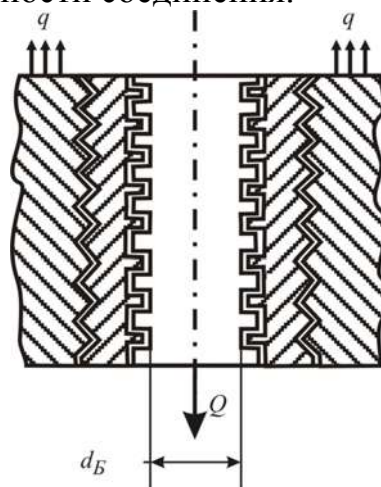


Рис. 2 – Схема нагружения системы анкер - фиксирующий состав - горная порода

Решение задачи. Согласно Н.Е. Жуковскому [3], правый стержень изображает тело анкера, средний — тело втулки, а левый — массив горной породы. Выступы, в которых соприкасаются стержни, изображают нарезы (витки) анкера, втулки и горной породы соответственно. Максимальное количество витков резьбы (нарезов) характеризуется далее числами n и n_1 . В соответствии с [3], нумеруются нарезы снизу вверх: (0) , (1) , ..., (n) , а соответствующие поля между ними: $1, 2, \dots, n$. Искомые усилия на нарезках анкера и втулки обозначим через p_0, p_1, \dots, p_n , а на нарезках втулки и горной породы — t_0, t_1, \dots, t_n .

Далее под полем анкера или втулки будем понимать часть тела находящегося между двумя выступами нарезок.

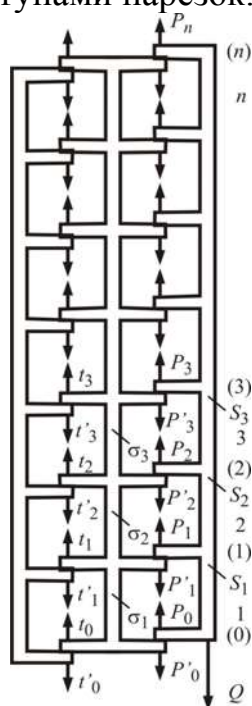


Рис. 3 – Принимаемая расчетная схема нагружения системы анкер - фиксирующий состав - горная порода

Как и в [1], имеем выражение для усилия в k -ом поле тела анкера:

$$s_k^a = Q - \sum_{i=0}^{k-1} p_i. \quad (1)$$

Под действием этого усилия i -ое поле анкера увеличит первоначальную длину на $\delta_i^a = \frac{s_i^a h_a}{E_a F_a}$, где h_a — расстояние между двумя витками анкерной штанги, F_a E_a — площадь поперечного сечения штанги анкера и модуль упругости материала соответственно. Виток анкера номер i под действием силы p_i сместится относительно тела анкера вверх на величину, пропорциональную этой силе

$$f_i^a = c_a p_i,$$

где коэффициент пропорциональности c_a зависит от геометрических размеров и формы витков анкера и принимается постоянным для всех витков.

Смещение вниз k -го витка анкера представляется формулой:

$$\Delta_k^a = \delta_0^a - \sum_{i=1}^k \delta_i^a - f_k^a = \delta_0^a - \frac{h_a}{E_a F_a} \sum_{i=1}^k S_i^a - c_a p_k, \quad (2)$$

где δ_0^a - смещение первого витка в положительном направлении оси вдоль тела анкера вниз. Следует заметить, что направление влево и вправо отсчитываются относительно слоя фиксирующего. Так, справа от слоя фиксирующего состава будет находиться тело анкера, а влево от него будет расположен массив горной породы.

Смещение вниз k -го правого (внутреннего) витка втулки будет:

$$\Delta_k^{Bnp} = \Delta_0^B - \sum_{i=1}^k \delta_i^B + f_k^{Bnp} = \Delta_0^B - \frac{h_B}{E_B F_B} \sum_{i=1}^k \sigma_i^B + c_B^{np} p_k. \quad (3)$$

Здесь Δ_0^B - смещение (вниз) нижней поверхности втулки, σ_i^B - усилие в i -ом поле втулки; из простых статических соображений следует, что

$$\sigma_k^B = \sum_{i=0}^{k-1} (p_i^B - t_i) = \sum_{i=0}^{k-1} (p_i - t_i), \quad (4)$$

где t_i - усилие на i -ом левом (внешнем) витке втулки.

Из (2) и (3), замечая, что $\Delta_k^a = \Delta_k^{Bnp}$, получаем:

$$\delta_0^a - \Delta_k^{Bnp} = \frac{h_a}{E_a F_a} \sum_{i=1}^k S_i^a - \frac{h_B}{E_B F_B} \sum_{i=1}^k \sigma_i^B + (c_a + c_B^{np}) p_k.$$

Вычитая это уравнение из такого же уравнения, с заменой k на $(k+1)$, получаем:

$$\lambda_1 S_{k+1}^a - \lambda_2 \sigma_{k+1}^B + p_{k+1} - p_k, \quad (5)$$

где для краткости введены обозначения

$$\lambda_1 = \frac{h_a}{E_a F_a (c_a + c_B^{np})}, \quad \lambda_2 = \frac{h_B}{E_B F_B (c_a + c_B^{np})}.$$

Написав теперь соотношение (5) для номера $(k+1)$ и вычитая из него (5), получим разностное уравнение:

$$p_{k+2} - (2 + \lambda_1 + \lambda_2)p_{k+1} + p_k + \lambda_2 t_{k+1} = 0, \quad (6)$$

содержащее две неизвестных функции целочисленного аргумента k (номера витков). Второе разностное уравнение получим, составив условие равенства перемещений внешнего витка втулки, образованного отображением рельефа поверхности шпура на поверхность материала фиксирующего состава, и собственно поверхностью шпура массива горной породы.

Перемещение вниз k -го левого витка втулки будет:

$$\Delta_k^{Bлев} = \Delta_0^B - \sum_{i=1}^k \delta_i^B - f_k^{Bлев} = \Delta_0^B - \frac{h_B}{E_B F_B} \sum_{i=1}^k \sigma_i^B - c_B^{лев} t_k,$$

тогда как равное ему перемещение (вниз) соответствующего витка стенки шпура равно

$$\Delta_k^C = c_C t_k,$$

где $c_B^{лев}$, c_C - коэффициенты, зависящие (как c_a и c_B^{np}) от формы, размеров и материала соответствующих витков получаем:

$$\frac{h_B}{E_B F_B} \sum_{i=1}^k \sigma_i^B + (c_B^{лев} + c_C) t_k = 0.$$

Написав это соотношение для номера $(k+1)$, после вычитания получим:

$$\lambda_3 \sigma_{k+1}^B + t_{k+1} - t_k = 0,$$

где обозначено $\lambda_3 = \frac{h_B}{E_B F_B (c_B^{лев} + c_C)}$.

Снова повторив указанный выше приём, по (4) найдём:

$$\lambda_3 p_{k+1} + t_{k+2} - (2 + \lambda_3) t_{k+1} + t_k = 0. \quad (7)$$

Решение системы разностных уравнений (6) и (7) будет содержать четыре неопределённых постоянных p_0 , p_1 , t_0 , t_1 . Они определяются из краевых условий, которые можно сформулировать из (5) и (7) следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{k+1}^B &= \frac{1}{\lambda_3}(t_k - t_{k+1}), \\ s_{k+1}^a &= \frac{1}{\lambda_1}(p_k - p_{k+1}) + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 \lambda_3}(t_k - t_{k+1}), \end{aligned} \right\}$$

и, значит, σ_{n+1}^B и s_{n+1}^a выразятся через указанные постоянные; а уравнения для их нахождения будут иметь вид:

$$\sigma_{n+1}^B = 0, \quad s_{n+1}^a = 0, \quad \sigma_1^B = p_0 - t_0, \quad s_1^a = Q - p_0.$$

В силу громоздкости изображающая система не приводится, а вид ее будет такой же, как и в [3]. Прделав обратные преобразования изображения в оригинал, начальные ступенчатые функции находим по второй теореме разложения [3].

Предполагая, что число витков велико, получено сравнительно простое приближённое решение задачи. Согласно [3] ошибка при достаточно большом числе витков анкера и втулки будет весьма мала.

После преобразований выражения для t_k и p_k принимают вид:

$$t_k = \frac{\lambda_1 \lambda_3 Q}{8 \operatorname{sh} \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \operatorname{sh} \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} \left[\frac{e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_2}}{\operatorname{sh} \frac{\beta_2}{2}} - \frac{e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_1}}{\operatorname{sh} \frac{\beta_1}{2}} \right],$$

$$p_k = \frac{\lambda_1 Q}{2 \operatorname{sh} \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} \operatorname{sh} \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} \left[\operatorname{sh} \frac{\beta_1}{2} e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_1} - \operatorname{sh} \frac{\beta_2}{2} e^{-\left(k+\frac{1}{2}\right)\beta_2} \right] + t_k.$$

где:

$$\operatorname{ch} \beta_1 = 1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4} + \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4}\right)^2 - \frac{\lambda_1 \lambda_3}{4}};$$

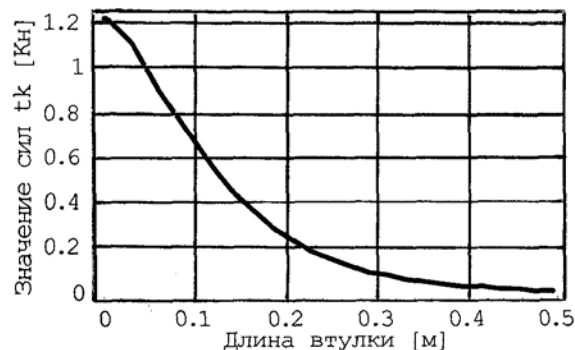
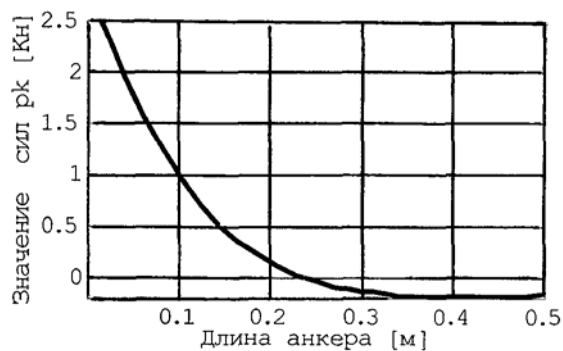
$$\operatorname{ch} \beta_2 = 1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4} - \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4}\right)^2 - \frac{\lambda_1 \lambda_3}{4}}.$$

Определение коэффициентов c_B , $c_r^{прав}$, $c_r^{лев}$, сопряжено с некоторыми трудностями, для разрешения которых, как и в [1], можно воспользоваться [4].

Результаты решения задачи в указанной постановке представлены на рис.4 – 6. Они получены для следующих исходных данных:

- длина замковой части анкера - 0.5м; диаметр анкера – 0.0275м;
- модуль упругости штанги анкера – $1.2 \cdot 10^{11}$ н/м²;
- шаг винтовой навивки – 0.0165м;
- диаметр шпура – 0.032м;

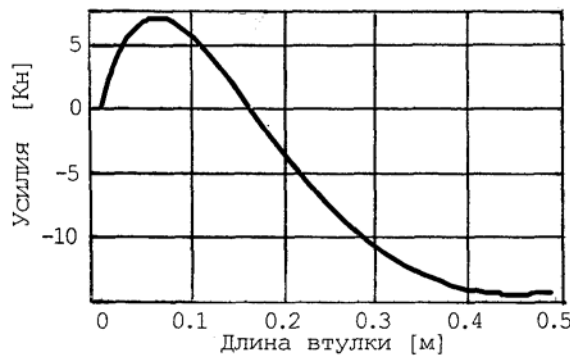
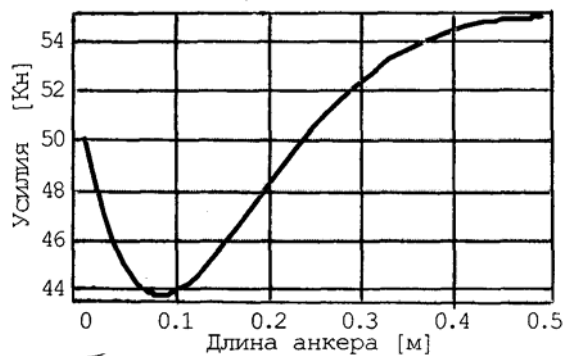
модуль упругости материала фиксирующего состава – $9 \cdot 10^{10}$ н/м²;
 шаг винтообразных выступов на поверхности шпура – 0.006м;
 модуль упругости горной породы принимался равным модулю упругости фиксирующего состава - $9 \cdot 10^{10}$ н/м².



а)

б)

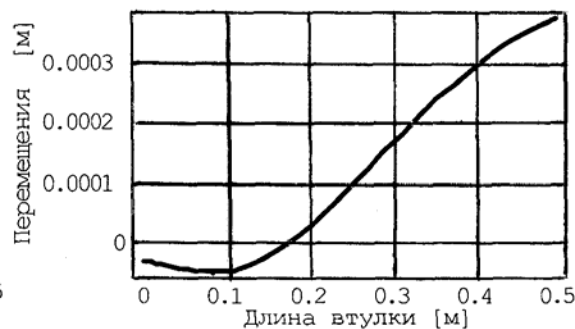
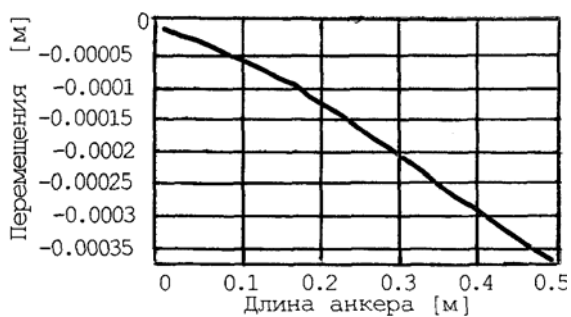
Рис.4 Распределение сил на витках анкера (а) и шпура (б) соответственно



а)

б)

Рис.5 Распределение сил на витках анкера (а) и шпура (б) соответственно



а)

б)

Рис. 6 Распределение перемещений анкера а) и втулки б) соответственно

Выводы. Анализ результатов расчета показал:

- силы, действующие, на винтовые выступы анкерной штанги в два раза превышают силы, возникающие на выступах горной породы на поверхности шпура (см. рис. 4 а, б). Это вызвано, отчасти увеличением поверхности

соприкосновения и естественно принимающей участие в передаче усилий, и отчасти перераспределением их между выступами на стенке шпура и втулкой составленной фиксирующим составом;

- представляет интерес наблюдение за изменением характера распределение усилий возникающих в поперечных сечениях штанги без фиксирующего состава [1] по сравнению с усилиями в анкерной штанге с фиксирующим составом. Если в первой задаче наиболее нагруженными оказывались поперечные сечения между первыми 3-4 витками от свободной поверхности, то во второй задаче максимально нагруженными оказались поперечные сечения анкера максимально удаленные от свободной поверхности (см. рис. 5 (а, б)) . Втулка из фиксирующего состава кардинально изменила характер нагружения массива горной породы в окрестности шпура. Так приконтурная зона в окрестности расположения шайбы оказалась наименее нагруженной. Причем растягивающие усилия действуют на глубине, не превышающей 0.3 общей длины замковой части шпура. Зона усилий сжатия занимает 0.7 общей длины замковой части шпура и максимальное сжимающее усилие не превышает 0.1 усилий действующих на анкер;

- перемещения поперечных сечений анкера и втулки имеют противоположные знаки. Так тело анкера оказываются подверженным растягивающим перемещениям, о чем свидетельствует знак перемещений, а втулка из фиксирующего состава находится в сжатом состоянии. Сжатие горной породы вызвано естественной реакцией на растягивающие усилия, действующие на анкер, и соответственно, перемещения совпадают с положительным направлением действия силы.

Проделанный анализ дает основания утверждать, что применение указанного подхода к анализу характера распределения силовых параметров на контактных поверхностях зафиксированного в горной породе металлополимерного анкера окажется плодотворным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О применении задачи Н.Е. Жуковского для определения усилий в закрепленном металлополимерном анкере. Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць/ Ін-т геотехнічної механіки ім. М. С. Полякова НАН України.-Дніпропетровськ, 2006.-вип.64, с.30-40.
2. Байков В.Н., Сигалов Э.Е. Железобетонные конструкции. Общий курс. – М.: Стройиздат, 1991. – 767 с.
3. Лурье А.И. Операционное исчисление и его приложения к задачам механики. – М-Л.: Гос. изд. техн-теор. лит., 1951. – 432 с.
4. Биргер И. А., Иосилевич Г.Б. резьбовые и фланцевые соединения. – М.: Машиностроение, 1990. – 368 с.